

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție**

**1.a)**  $f(A) = A^2 = I_2$ .

**b)**  $f(X + f(X)) = A \cdot (X + A \cdot X) = A \cdot X + A^2 \cdot X = A \cdot X + X = X + f(X)$ .

**c)** Fie  $f(X_1) = f(X_2) \Rightarrow A \cdot X_1 = A \cdot X_2 \Rightarrow X_1 = X_2$ , deoarece  $A$  este inversabilă, deci  $f$  este injectivă. Fie  $Y \in M_2(\mathbb{R})$ .  $X = A^{-1} \cdot Y$  este o preimagine a lui  $Y$ . Rezultă  $f$  este surjectivă, deci  $f$  este bijectivă.

**2.a)**  $X, Y \in M \Rightarrow A \cdot X = X \cdot A, A \cdot Y = Y \cdot A \Rightarrow A \cdot (X \cdot Y) = (A \cdot X) \cdot Y = (X \cdot A) \cdot Y = X \cdot (A \cdot Y) = X \cdot (Y \cdot A) = (X \cdot Y) \cdot A$ .

**b)** Fie  $X, Y \in G \Rightarrow \det(X) \neq 0, \det(Y) \neq 0, \det(X \cdot Y) \neq 0$  și  $X \cdot Y \in M \Rightarrow X \cdot Y \in G$ .

$X \in M$  și  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & a \end{pmatrix}$ . Cum  $\det(X) \neq 0 \Rightarrow a \neq 0$ .  $X^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ -\frac{c}{a^2} & \frac{1}{a} \end{pmatrix} \in G$

**c)** Fie  $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & a \end{pmatrix}$ ,  $X^2 = I_2 \Rightarrow c = 0, a = \pm 1$ . Deci există un element de ordin doi  $X = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ .